

## TEMA 9. GEOMETRIA DEL PLANO.

### 9.1 Ángulos de un polígono.

Dado cualquier polígono de  $n$  lados se tiene que la suma de sus ángulos interiores es  $180^\circ \cdot (n-2)$

Como consecuencia, la suma de los tres ángulos de cualquier triángulo es  $180^\circ$ .

Ejemplo. Calcula cuanto suman los ángulos interiores de:

a) Un cuadrado. ( $n=4$ ).

$$S_4 = 180^\circ \cdot (4-2) = 180^\circ \cdot 2 = 360^\circ$$

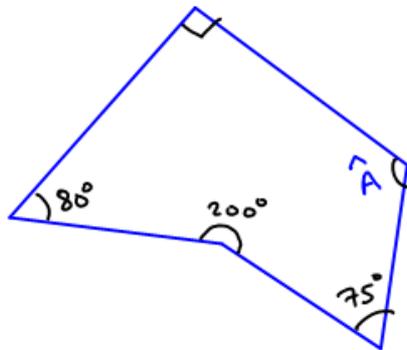
b) Un hexágono. ( $n=6$ )

$$S_6 = 180^\circ \cdot (6-2) = 180^\circ \cdot 4 = 720^\circ$$

c) Un polígono de 12 lados.

$$S_{12} = 180^\circ \cdot (12-2) = 180^\circ \cdot 10 = 1800^\circ$$

Ejemplo. Calcula la medida del ángulo que falta.



La figura tiene 5 lados, luego la suma de sus ángulos interiores es  $S_5 = 180^\circ \cdot (5-2) = 180^\circ \cdot 3 = 540^\circ$

luego:

$$540^\circ = 90^\circ + 80^\circ + 200^\circ + 75^\circ + \hat{A}$$

$$540^\circ = 445^\circ + \hat{A}$$

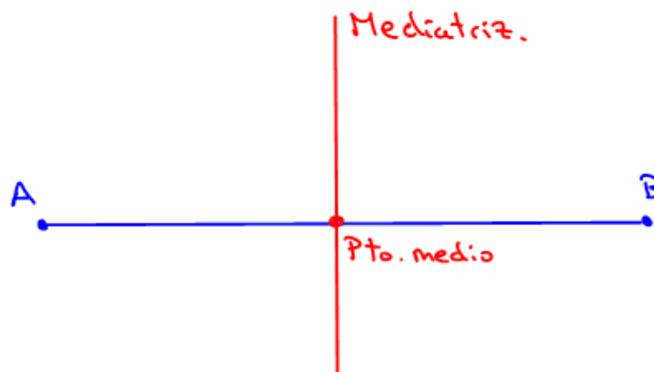
$$540 - 445^\circ = \hat{A}$$

$$95^\circ = \hat{A} \Rightarrow \hat{A} = 95^\circ$$

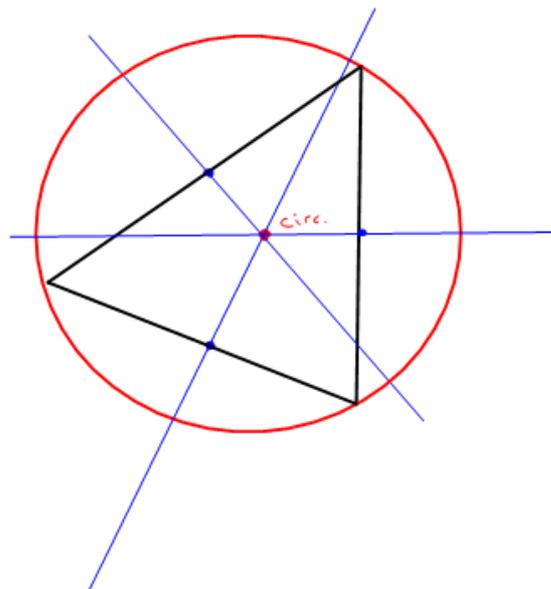
## 9.2. Rectas y Puntos Notables de un triángulo.

- Mediatriz y circuncentro.

Una mediatriz es el lugar geométrico de los pto. del plano que equidista (tiene la misma distancia) a los extremos de un segmento. Coincide con la recta perpendicular al segmento que pasa por el punto medio del segmento.

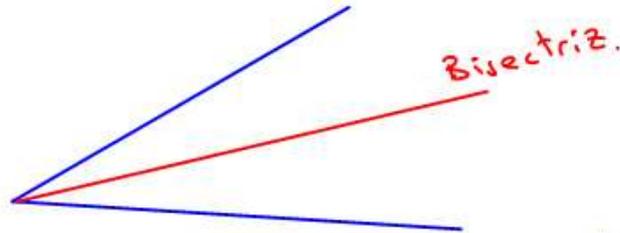


El circuncentro de un triángulo es el pto. de intersección de las tres mediatrices que tiene un triángulo. Además es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

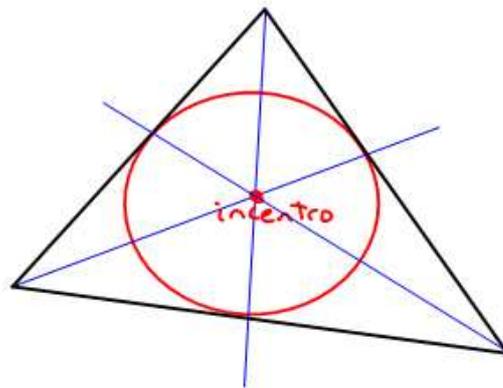


### • Bisectriz e incentro.

La bisectriz de un ángulo es la recta que pasa por el vértice y divide el ángulo en dos partes iguales.



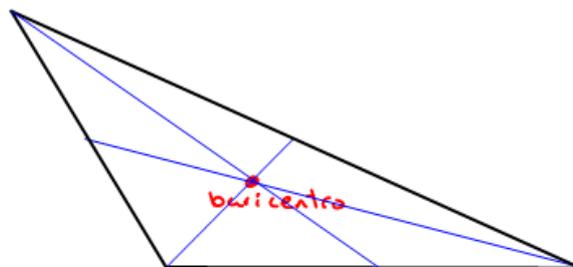
El incentro de un triángulo es el pto. de intersección de las tres bisectrices del triángulo. Además es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo.



### • Medianas y Baricentro.

Las medianas de un triángulo son las rectas que pasan por cada vértice y por el pto. medio del lado opuesto.

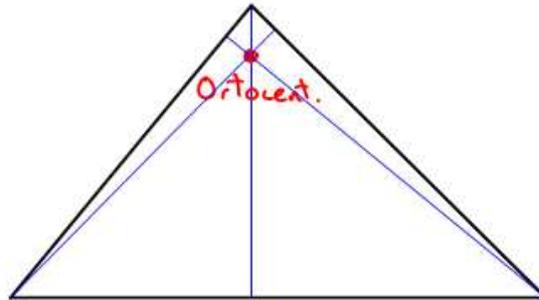
El baricentro es el pto. de intersección de las tres medianas.



• Alturas y Ortocentro.

Las alturas de un triángulo son las rectas perpendiculares a un lado del triángulo y que pasan por el vértice opuesto.

El Ortocentro es el pto. de intersección de las tres alturas.



9.3. Figuras semejantes.

Dos triángulos se dice que son semejantes si tienen los lados correspondientes proporcionales y los ángulos correspondientes iguales.

Se llama razón de semejanza al cociente de lados correspondientes.



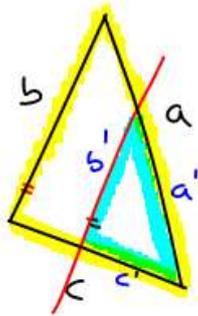
razón de semejanza.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

Dos figuras son semejantes si al descomponerlas en triángulos, estos son semejantes.

### 9.4. Teorema de Tales

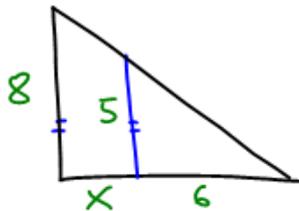
Toda recta paralela a un lado de un triángulo que corte a los otros dos lados, determina un triángulo semejante al primer triángulo.



El triángulo grande es semejante al pequeño. luego.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

Ejemplos.



$$\frac{8}{5} = \frac{x+6}{6}$$

$$8 \cdot 6 = 5(x+6)$$

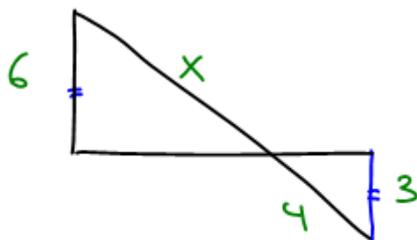
$$48 = 5x + 30$$

$$48 - 30 = 5x$$

$$18 = 5x$$

$$\frac{18}{5} = x$$

$$x = 3'6$$



$$\frac{6}{3} = \frac{x}{4}$$

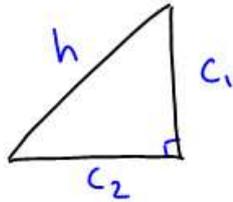
$$24 = 3x$$

$$\frac{24}{3} = x$$

$$x = 8$$

### 9.5. Teorema de Pitágoras.

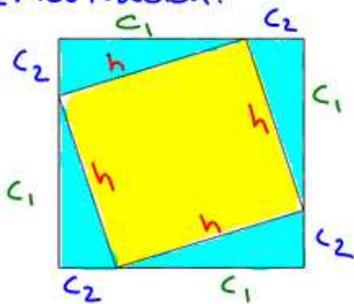
Dado un triángulo rectángulo cualquiera se tiene que la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de sus catetos.



$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

(Recuerda que la hipotenusa es el lado que está en frente del ángulo recto).

Demostración.



$$h^2 + 4 \cdot \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = (c_1 + c_2)^2$$

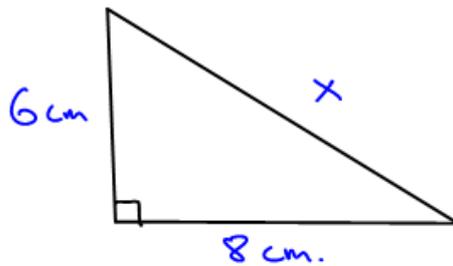
$$h^2 + 2c_1 \cdot c_2 = c_1^2 + 2c_1 \cdot c_2 + c_2^2$$

$$h^2 = c_1^2 + \cancel{2c_1 \cdot c_2} + c_2^2 - \cancel{2c_1 \cdot c_2}$$

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

Ejemplos.

- Calcula el valor de  $x$  en los siguientes casos.



Por Pitágoras.

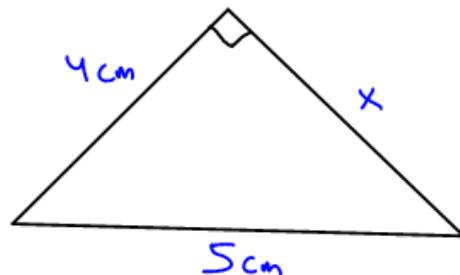
$$x^2 = 6^2 + 8^2$$

$$x^2 = 36 + 64$$

$$x^2 = 100$$

$$x = \pm \sqrt{100}$$

$$x = 10$$



Por Pitágoras.

$$5^2 = 4^2 + x^2$$

$$25 = 16 + x^2$$

$$25 - 16 = x^2$$

$$9 = x^2$$

$$\pm \sqrt{9} = x$$

$$x = 3$$

## 9.6. Áreas de Figuras Poligonales.

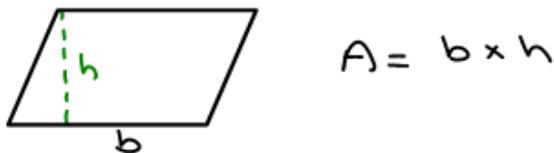
### • Cuadrado.



### • Rectángulo.



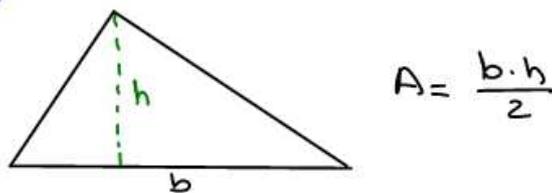
### • Romboide



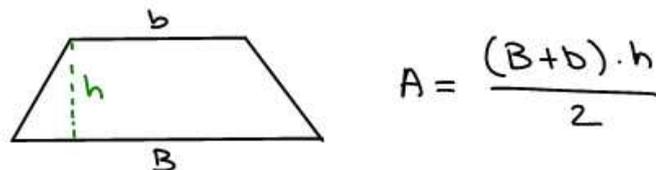
### • Rombo



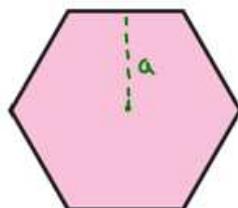
### • Triángulo



### • Trapecio



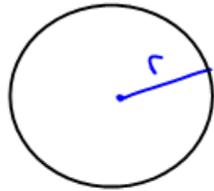
### • Polígono Regular



$A = \frac{P \cdot a}{2}$ , donde  $p =$  perímetro.  
 (Suma de todos los lados)

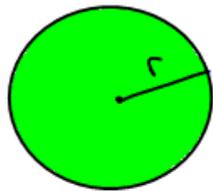
### 9.7. Longitudes y Áreas de Figuras Circulares.

Una circunferencia es el lugar geométrico de los pto. del plano que cumple que la distancia de cualquier pto. de la circunferencia a un pto. interior llamado centro, es siempre la misma. A dicha distancia se le denomina radio.



$$\text{Long} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Un círculo es el lugar geométrico de los pto. del plano que están contenidos dentro de una circunferencia.



$$A = \pi \cdot r^2$$